第４講　集合・命題と条件

例題４－１

全体集合 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$ の部分集合 A，B を

$A=\{1,\ 3,\ 6,\ 7,\ 10\}$，$B=\{2,\ 3,\ 6,\ 7,\ 9\}$

とする．このとき，次の集合を求めよ．

(1)　$A\cap B$　　(2)　$A\cup B$　　(3)　$\overline{A}$　　(4)　$A\cap\overline{B}$

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題４－１

1 から 12 までの自然数全体の集合 U を全体集合とし，その部分集合のうち 2 の倍数全体の集合を A，3 の倍数全体の集合を B とする．このとき，次の集合を求めよ．

(1) $A \cap B$　(2) $A \cup B$　(3) $\overline{A} \cap B$　(4) $\overline{A} \cap \overline{B}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題４－２

x，y を実数とする．次の命題の真偽を調べよ．偽ならば反例を１つあげよ．

(1)　$x=1$　ならば　$x^2=1$　　　(2)　$x^2=1$　ならば　$x=1$

(3)　$x+y>0$ かつ $xy>0$　ならば　$x>0$ かつ $y>0$

(4)　$x \geqq 1$　ならば　$x>1$

【Point Pickup】

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題４－２

x，y を実数とする．次の命題の真偽を調べよ．偽ならば反例を１つあげよ．

(1)　$xy=0$　ならば　$x=0$　である．

(2)　$-2<x<3$　ならば　$-2\leqq x<5$　である．

(3)　x を整数とするとき，x が４の倍数ならば，x は２の倍数である．

(4)　$x^2=2x$　ならば　$x=2$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題４－３

次の条件 p は条件 q であるための何条件であるか．最も適するものを(ア)～(エ)から選べ．
ただし，x，y は実数とする．

(1)　p：$x=3$　　q：$x^2-4x+3=0$

(2)　p：△ABC が直角三角形　　q：$\angle \mathrm{A}=90^\circ$

(3)　p：$xy=0$　　q：x，y のうち少なくとも１つは０

(4)　p：$x>0$　　q：$|x|>1$

(ア)　必要十分条件である
(イ)　必要条件であるが十分条件ではない
(ウ)　十分条件であるが必要条件ではない
(エ)　必要条件でも十分条件でもない

【Point Pickup】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題4－3

次の条件 p は条件 q であるための何条件であるか．最も適するものを(ア)～(エ)から選べ．
ただし，x，y は実数とする．

(1)　p：$x\neq 0$　　q：$x^2-3x+2=0$

(2)　p：四角形 ABCD が正方形　　q：四角形 ABCD が長方形

(3)　p：$x=1$　　q：$xy=1$

(4)　p：x が 4 の倍数　かつ　6 の倍数　　q：x が 24 の倍数

(ア)　必要十分条件である　　(イ)　必要条件であるが十分条件ではない

(ウ)　十分条件であるが必要条件ではない　　(エ)　必要条件でも十分条件でもない

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題４－４

(1)　次の条件の否定を求めよ．ただし x，y は実数とする．

(ア)　$x=1$　　(イ)　$1<x\leqq 2$

(ウ)　$x>0$　かつ　$y\leqq 2$　　(エ)　x は正　または　y は３の倍数

(2)　命題「$x+y\neq 4 \Longrightarrow x\neq 1$ または $y\neq 3$」の逆・裏・対偶を述べ，その真偽を調べよ．

【Point Pickup】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題４ー４

(1)　命題「$x=1 \Longrightarrow x^2=1$」の逆，裏，対偶を述べよ．

(2)　x は実数．n は自然数とする．次の命題の対偶を述べ，その真偽を調べよ．

(ア)　$x^2 \geqq 4 \Longrightarrow x \geqq 2$

(イ)　$x+y=2 \Longrightarrow x \leqq 1$　または　$y \leqq 1$

(ウ)　n は 4 の倍数でない $\Longrightarrow$ n は 2 の倍数でない

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第４講　集合・命題と条件

(1)　10 以下のすべての自然数を全体集合とする．その部分集合 A，B について

$$A\cap B=\{3\},\ \overline{A}\cap B=\{4,\ 7,\ 10\},\ \overline{A}\cap\overline{B}=\{1,\ 2,\ 5,\ 8\}$$

である．このとき，$A\cap\overline{B}=\{$ ア ，イ $\}$ である．

(2)　x を実数とするとき，次の(i)～(iii)の条件は $x^2=4$ であるためのどんな条件か．最も適切なものを下の①～④からそれぞれ選べ．

(i)　$x=2$　は　ウ

(ii)　$x=2$ または $x=-2$　は　エ

(iii)　$|x|\geqq 2$　は　オ

①　必要条件であるが十分条件でない　②　十分条件であるが必要条件でない

③　必要十分条件である　④　必要条件でも十分条件でもない

(3)　x，y は実数とする．命題「$x+y\leqq 0 \Longrightarrow x\leqq 0$　または　$y\leqq 0$」の逆は カ ，裏は キ , 対偶は ク である．また, この命題は ケ である． カ ～ ク に当てはまるものを次の①～③から, ケ に当てはまるものを④，⑤からそれぞれ選べ.

①　$x+y>0 \Longrightarrow x>0$　かつ　$y>0$　②　$x>0$　かつ　$y>0 \Longrightarrow x+y>0$

③　$x\leqq 0$　または　$y\leqq 0 \Longrightarrow x+y\leqq 0$　④　真　⑤　偽

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第4講　集合・命題と条件

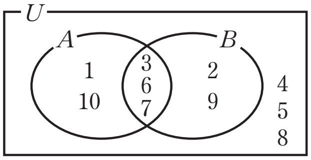
例題4－1

全体集合 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$ の部分集合 A，B を

$A=\{1,\ 3,\ 6,\ 7,\ 10\}$，$B=\{2,\ 3,\ 6,\ 7,\ 9\}$

とする．このとき，次の集合を求めよ．

(1)　$A\cap B$　　(2)　$A\cup B$　　(3)　$\overline{A}$　　(4)　$A\cap\overline{B}$



右図より

(1)　$A\cap B=$**{3，6，7}**

(2)　$A\cup B=$**{1，2，3，6，7，9，10}**

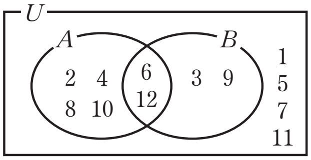
(3)　$\overline{A}=$**{2，4，5，8，9}**

(4)　$A\cap\overline{B}=$**{1，10}**

類題4－1

1から12までの自然数全体の集合 U を全体集合とし，その部分集合のうち2の倍数全体の集合を A，3の倍数全体の集合を B とする．このとき，次の集合を求めよ．

(1)　$A\cap B$　　(2)　$A\cup B$　　(3)　$\overline{A}\cap B$　　(4)　$\overline{A}\cap\overline{B}$



右図より

(1)　$A\cap B=$**{6，12}**

(2)　$A\cup B=$**{2，3，4，6，8，9，10，12}**

(3)　$\overline{A}\cap B=$**{3，9}**

(4)　$\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{A\cup B}=$**{1，5，7，11}**

例題4－2

x，y を実数とする．次の命題の真偽を調べよ．偽ならば反例を1つあげよ．

(1)　$x=1$　ならば　$x^2=1$　　(2)　$x^2=1$　ならば　$x=1$

(3)　$x+y>0$ かつ $xy>0$　ならば　$x>0$ かつ $y>0$

(4)　$x\geqq 1$　ならば　$x>1$

(1)　$x^2=1$　より　$x=1$　または　$x=-1$　　よって　$x=1$　ならば　$x^2=1$ は　**真**

(2)　$x^2=1$　より　$x=1$　または　$x=-1$　　よって　$x^2=1$　ならば　$x=1$ は　**偽**

（反例　$x=-1$）

(3)　$xy>0$ のとき　「$x>0$ かつ $y>0$」……①　または　「$x<0$ かつ $y<0$」……②

①，②のうち　$x+y>0$ を満たすのは①である．よって　**真**

(4)　$x\geqq 1$ を満たす実数 x 全体の集合を P，$x>1$ を満たす実数 x 全体の集合を Q とすると $x=1$ は集合 P に含まれるが集合 Q には含まれない．よって　**偽（反例　$x=1$）**

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題４－２

x，y を実数とする．次の命題の真偽を調べよ．偽ならば反例を１つあげよ．

(1)　$xy=0$　ならば　$x=0$　である．

(2)　$-2<x<3$　ならば　$-2\leqq x<5$　である．

(3)　x を整数とするとき，x が 4 の倍数ならば，x は 2 の倍数である．

(4)　$x^2=2x$　ならば　$x=2$

(1)　$xy=0$　より　$x=0$　または　$y=0$

よって　$xy=0$　ならば　$x=0$ である　は　**偽（反例　$x=1$，$y=0$）**

(2)　$-2\leqq x<5$　は　$-2<x<3$　を含む．よって　**真**

(3)　整数 x が 4 の倍数のとき　$x=4k$（k は整数）と表せる．

このとき　$x=4k=2\times 2k$　であり，$2k$ は整数より　x は 2 の倍数である．

したがって　x が 4 の倍数ならば，x は 2 の倍数である　は　**真**

(4)　$x^2=2x$　より　$x^2-2x=0$　　$x(x-2)=0$　　$x=0$，2

よって　$x^2=2x$　ならば　$x=2$　は　**偽　（反例　$x=0$）**

例題４－３

次の条件 p は条件 q であるための何条件であるか．最も適するものを(ア)～(エ)から選べ．ただし，x，y は実数とする．

(1)　p：$x=3$　　　q：$x^2-4x+3=0$

(2)　p：△ABC が直角三角形　　q：$\angle\mathrm{A}=90^\circ$

(3)　p：$xy=0$　　　q：x，y のうち少なくとも１つは 0

(4)　p：$x>0$　　　q：$|x|>1$

(ア)　必要十分条件である　　(イ)　必要条件であるが十分条件ではない

(ウ)　十分条件であるが必要条件ではない　　(エ)　必要条件でも十分条件でもない

(1)　$x^2-4x+3=(x-3)(x-1)=0$　よって　$x=1$，3

よって　$p\Longrightarrow q$ は真　　$q\Longrightarrow p$ は偽（反例　$x=1$）

したがって　p は q であるための十分条件であるが必要条件ではない　　**(ウ)**

(2)　$p\Longrightarrow q$ は偽　　$q\Longrightarrow p$ は真（反例　$\angle\mathrm{A}=30^\circ$，$\angle\mathrm{B}=90^\circ$，$\angle\mathrm{C}=60^\circ$）

したがって　p は q であるための必要条件であるが十分条件ではない　　**(イ)**

(3)　$xy=0$ より　$x=0$　または　$y=0$

よって p と q は同値である．したがって　p は q であるための必要十分条件である　**(ア)**

(4)　$p\Longrightarrow q$ は偽　$\left(反例\quad x=\dfrac{1}{2}\right)$　　$q\Longrightarrow p$ は偽　$\left(反例\quad x=-\dfrac{3}{2}\right)$

したがって　p は q であるための必要条件でも十分条件でもない．　**(エ)**

ⓒRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題4－3

次の条件 p は条件 q であるための何条件であるか．最も適するものを(ア)～(エ)から選べ．ただし，x，y は実数とする．

(1)　p：$x\neq 0$　　　q：$x^2-3x+2=0$

(2)　p：四角形ABCDが正方形　　　q：四角形ABCDが長方形

(3)　p：$x=1$　　　q：$xy=1$

(4)　p：x が4の倍数　かつ　6の倍数　　　q：x が24の倍数

(ア)　必要十分条件である　　(イ)　必要条件であるが十分条件ではない

(ウ)　十分条件であるが必要条件ではない　　(エ)　必要条件でも十分条件でもない

(1)　$x\neq 0$ は $x=0$ 以外のすべての実数

$x^2-3x+2=0$　より　$x=1$ または $x=2$

よって $p\Longrightarrow q$ は偽（反例　$x=3$）　　$q\Longrightarrow p$ は真　　**(イ)**

(2)　$p\Longrightarrow q$ は明らかに真

$q\Longrightarrow p$ は偽（反例　AB＝CD＝1　かつ　BC＝DA＝2）　**(ウ)**

(3)　$p\Longrightarrow q$ は偽（反例　$x=1$，$y=2$）　　$q\Longrightarrow p$ は偽 $\left(反例\quad x=\frac{1}{2},\ y=2\right)$　**(エ)**

(4)　x が4の倍数　かつ　6の倍数のとき，x は12の倍数

$p\Longrightarrow q$ は偽（反例　$x=12$）　　$q\Longrightarrow p$ は真　　**(イ)**

例題4－4

(1)　次の条件の否定を求めよ．ただし x，y は実数とする．

(ア)　$x=1$　　(イ)　$1<x\leqq 2$

(ウ)　$x>0$　かつ　$y\leqq 2$　　(エ)　x は正　または　y は3の倍数

(2)　命題「$x+y\neq 4\Longrightarrow x\neq 1$ または $y\neq 3$」の逆・裏・対偶を述べ，その真偽を調べよ．

(1)　(ア)　「$x=1$」の否定は **「$x\neq 1$」**

(イ)　「$1<x\leqq 2$」の否定は **「$x\leqq 1$ または $2<x$」**　（「$x\leqq 1$，$2<x$」）

(ウ)　「$x>0$　かつ　$y\leqq 2$」の否定は **「$x\leqq 0$　または　$y>2$」**

(エ)　「x は正　または　y は3の倍数」の否定は

「x は0以下　かつ　y は3の倍数でない」

(2)　命題「$x+y\neq 4\Longrightarrow x\neq 1$ または $y\neq 3$」について

逆：「$x\neq 1$ または $y\neq 3\Longrightarrow x+y\neq 4$」　偽（反例　$x=2$ かつ $y=2$）

裏：「$x+y=4\Longrightarrow x=1$ かつ $y=3$」　偽（反例　$x=2$ かつ $y=2$）

対偶：「$x=1$ かつ $y=3\Longrightarrow x+y=4$」　は明らかに真

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題4－4

(1)　命題「$x=1 \Longrightarrow x^2=1$」の逆，裏，対偶を述べよ．

(2)　x は実数．n は自然数とする．次の命題の対偶を述べ，その真偽を調べよ．

(ア)　$x^2 \geqq 4 \Longrightarrow x \geqq 2$

(イ)　$x+y=2 \Longrightarrow x \leqq 1$　または　$y \leqq 1$

(ウ)　n は4の倍数でない $\Longrightarrow$ n は2の倍数でない

(1)　命題「$x=1 \Longrightarrow x^2=1$」について

逆：「$\boldsymbol{x^2=1 \Longrightarrow x=1}$」

裏：「$\boldsymbol{x \neq 1 \Longrightarrow x^2 \neq 1}$」

対偶：「$\boldsymbol{x^2 \neq 1 \Longrightarrow x \neq 1}$」

(2)(ア)　「$x^2 \geqq 4 \Longrightarrow x \geqq 2$」

この対偶は「$x<2 \Longrightarrow x^2<4$」　これは**偽**（反例　$x=-3$）

(イ)　「$x+y=2 \Longrightarrow x \leqq 1$　または　$y \leqq 1$」

この対偶は「$x>1$　かつ　$y>1 \Longrightarrow x+y \neq 2$」　これは**真**

(ウ)　「n は4の倍数でない $\Longrightarrow$ n は2の倍数でない」

この対偶は「n は2の倍数 $\Longrightarrow$ n は4の倍数」　これは**偽**（反例　$n=2$）

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第4講　集合・命題と条件

(1)　10以下のすべての自然数を全体集合とする．その部分集合 A，B について

$A\cap B=\{3\}$，$\overline{A}\cap B=\{4,\ 7,\ 10\}$，$\overline{A}\cap\overline{B}=\{1,\ 2,\ 5,\ 8\}$

である．このとき，$A\cap\overline{B}=\{$ **ア** ， **イ** $\}$ である．

(2)　x を実数とするとき，次の(i)～(iii)の条件は $x^2=4$ であるためのどんな条件か．最も適切なものを下の①～④からそれぞれ選べ．

(i)　$x=2$　は **ウ**

(ii)　$x=2$ または $x=-2$　は **エ**

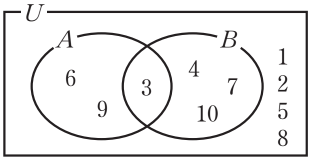
(iii)　$|x|\geqq 2$　は **オ**

①　必要条件であるが十分条件でない　②　十分条件であるが必要条件でない
③　必要十分条件である　④　必要条件でも十分条件でもない

(3)　x，y は実数とする．命題「$x+y\leqq 0 \Longrightarrow x\leqq 0$　または　$y\leqq 0$」の逆は **カ** ，裏は **キ** , 対偶は **ク** である．また, この命題は **ケ** である． **カ** ～ **ク** に当てはまるものを次の①～③から， **ケ** に当てはまるものを④，⑤からそれぞれ選べ．

①　$x+y>0 \Longrightarrow x>0$　かつ　$y>0$　②　$x>0$　かつ　$y>0 \Longrightarrow x+y>0$
③　$x\leqq 0$　または　$y\leqq 0 \Longrightarrow x+y\leqq 0$　④　真　⑤　偽

解答例



(1)　右図より　$A\cap\overline{B}=\{\mathbf{6},\ \mathbf{9}\}$

(2)　$x^2=4$ より　$x=2$ または $x=-2$

(i)　$x=2 \Longrightarrow x^2=4$ は真　　$x^2=4 \Longrightarrow x=2$ は偽（反例　$x=-2$）

よって　$x=2$ は $x^2=4$ が成り立つための十分条件であるが必要条件ではない　**②**

(ii)「$x=2$　または　$x=-2$」は　$x^2=4$ と同値　**③**

(iii)　$|x|\geqq 2$　より　$x\leqq -2,\ 2\leqq x$

$|x|\geqq 2 \Longrightarrow x^2=4$ は　偽（反例　$x=3$）　　$x^2=4 \Longrightarrow |x|\geqq 2$ は真

よって　$|x|\geqq 2$ は $x^2=4$ が成り立つための必要条件であるが十分条件ではない　**①**

(3)　命題「$x+y\leqq 0 \Longrightarrow x\leqq 0$　または　$y\leqq 0$」について

逆　：「$x\leqq 0$　または　$y\leqq 0 \Longrightarrow x+y\leqq 0$」　**③**

裏　：「$x+y>0 \Longrightarrow x>0$　かつ　$y>0$」　**①**

対偶：「$x>0$　かつ　$y>0 \Longrightarrow x+y>0$」　**②**

対偶が真よりもとの命題も真　**④**

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。